



sponsored by  RESEARCH

17th Benelux Mathematical Olympiad

25–27 April 2025 — Liège, Belgium

Problems

Language: **Dutch**

De opgaven staan **niet** op volgorde van ingeschatte moeilijkheidsgraad.

Opgave 1. Bestaat er een functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zodat

$$f(x^2 + f(y)) = f(x)^2 - y$$

voor alle $x, y \in \mathbb{R}$?

Opgave 2. Zij $N \geq 2$ een natuurlijk getal. Op een trainingskamp voor de wiskundeolympiade worden elke dag dezelfde N vakken aangeboden. Iedere leerling volgt per dag precies één van deze N vakken. Aan het eind van het kamp heeft elke leerling ieder vak precies één keer gevolgd op zo'n manier dat elke twee leerlingen op een zekere dag hetzelfde vak volgden, maar op minstens één andere dag verschillende vakken volgden. Wat is, in termen van N , het grootst mogelijke aantal leerlingen op het kamp?

Opgave 3. Zij ABC een driehoek met I het middelpunt van de ingeschreven cirkel en Ω de omgeschreven cirkel. Zijn D, E, F de middelpunten van de bogen $\widehat{BC}, \widehat{CA}, \widehat{AB}$ van Ω zonder A, B, C , respectievelijk. Zij D' het punt op Ω diametraal tegenover D . Laat zien dat I, D' en het midden M van $[EF]$ op een lijn (rechte) liggen.

Opgave 4. Zijn $a_0, a_1, \dots, a_{10}$ gehele getallen zodat voor elke $i \in \{0, 1, \dots, 2047\}$ er een deelverzameling $S \subseteq \{0, 1, \dots, 10\}$ bestaat met

$$\sum_{j \in S} a_j \equiv i \pmod{2048}.$$

Laat zien dat voor elke $i \in \{0, 1, \dots, 10\}$ er precies één $j \in \{0, 1, \dots, 10\}$ is zodat a_j deelbaar is door 2^i maar niet door 2^{i+1} .

Merk op: $\sum_{j \in S} a_j$ is de sigmanotatie voor sommatie, bijvoorbeeld $\sum_{j \in \{2, 5\}} a_j = a_2 + a_5$ en wanneer

S de lege verzameling $\emptyset$ is definiëren we $\sum_{j \in \emptyset} a_j = 0$.

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard