Société Belge
des Professeurs
de Mathématique
d'expression française

Proclamation des lauréats de la 48e Olympiade Mathématique Belge

ULiège

27 mai 2023

La cérémonie de proclamation des résultats de l'Olympiade Mathématique Belge prend traditionnellement ses quartiers dans l'un des centres universitaires de la Fédération Wallonie-Bruxelles. La SBPMef y voit une marque de soutien importante pour le travail inlassable de ses membres — tous bénévoles — au service de l'enseignement des mathématiques.

La SBPMef remercie Madame la Professeure Céline ESSER, qui a bien voulu honorer la partie académique de la cérémonie en nous présentant : Les maths derrière Shazam.

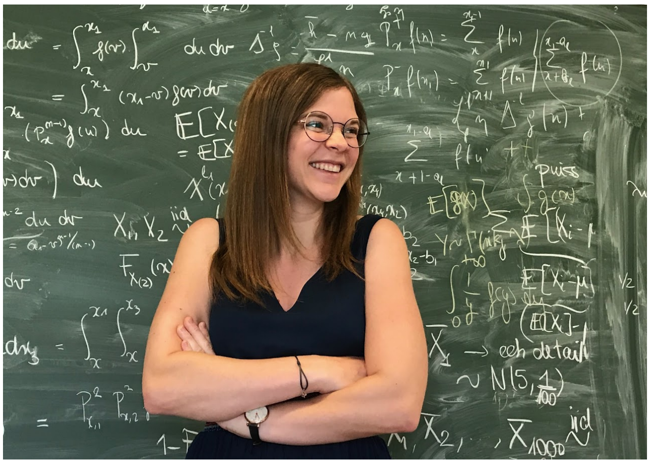
La SBPMef remercie l'ULiège pour sa disponibilité et son accueil et en particulier Michel RIGO.

SBPMef... Renseignements pratiques

Siège administratif :	SBPMef Campus UMons, Bâtiment 4 Avenue Maistriau 19 7000 Mons
Secrétariat :	Cristina CARRUANA Tél/Fax : 065.37.33.04 Courriel : `sbpm@sbpm.be`
Compte financier :	IBAN BE26 0000 7280 1429 - BIC BPOTBEB1
Site Internet	`http://www.sbpm.be`
Site de l'OMB	`http://omb.sbpm.be/`

La conférence

Les maths derrière Shazam



Céline Esser
ULiège
Département de mathématiques
https://sites.google.com/view/celineesser/home

La SBPMef… vous connaissez ?

La mathématique est un des facteurs de l'essor économique, technique, scientifique et culturel des sociétés. Son implication croissante dans le développement de toutes les activités humaines, la place qu'elle prend par le truchement de l'informatique, en font un outil indispensable à la compréhension du monde.

La mathématique n'est pas seulement un outil au service des autres disciplines. Elle est aussi un art qui a sa vie propre et son histoire, avec les problèmes épistémologiques qu'elle suscite. Par là, elle a une valeur culturelle incontestable. D'où l'importance de l'objectif que s'est fixé la SBPMef.

La Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française est née en 1974 à la suite d'une restructuration linguistique de la Société Belge des Professeurs de Mathématique créée elle-même en 1953. Son but principal est de contribuer à la promotion et à l'amélioration de l'enseignement de la mathématique.

Cette société s'est constituée en une a.s.b.l. qui tend à représenter l'ensemble des professeurs de mathématique de la partie francophone du pays. Elle rassemble en effet des enseignants de tous les réseaux (officiel, libre, communal et provincial) et de tous les niveaux d'enseignement (instituteurs, AESI, AESS, professeurs de Haute École ou d'Université).

Des inspecteurs, des conseillers pédagogiques et des chercheurs participent régulièrement à ses activités. Regroupant ainsi différentes forces de l'enseignement de la mathématique, la SBPMef peut s'affirmer comme un représentant privilégié des professeurs de mathématique auprès du (ou des) Ministère(s) qui ont en charge l'Éducation, la Recherche et la Formation dans notre Fédération Wallonie-Bruxelles ainsi qu'auprès de divers organismes concernés par l'enseignement des mathématiques. Elle peut ainsi promouvoir, et le cas échéant, défendre valablement sa conception d'un enseignement assurant une large place au développement des capacités créatrices des élèves.

Le nombre de membres de la SBPMef oscille autour de 600, tous intéressés par l'enseignement des mathématiques en Fédération Wallonie-Bruxelles. Son conseil d'administration comprend 24 membres élus qui se partagent l'organisation des activités principales de la société.

La SBPMef a participé à la création de la *Coordination des Associations Pluralistes de Professeurs* (la CAPP) en Communauté française de Belgique. Elle tient également sa place au niveau de la Communauté mathématique internationale ; elle est membre fondateur de la *Fédération Européenne des Associations de Professeurs de Mathématiques* (la FEAPM) et de la récente Fédération francophone des associations pour l'enseignement des mathématiques (FFAEM). Elle est aussi membre du Comité international des Jeux mathématiques (CIJM).

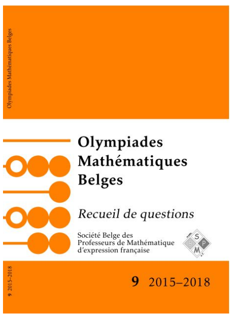
Épinglons un important travail de publications, certaines périodiques, d'autres plus ponctuelles, notamment des dossiers d'exploration didactique destinés à aider à la conception et à l'animation de l'enseignement de la mathématique.

La SBPMef organise également plusieurs compétitions de même que la participation de nos élèves aux olympiades internationales. L'organisation de l'Olympiade Mathématique pour environ 26000 étudiants en Communauté française (éliminatoires dans les établissements, demi-finales régionales et finale communautaire) ne serait possible sans la participation bénévole d'équipes régionales particulièrement dynamiques. Nos meilleurs étudiants participent à l'Olympiade Mathématique Internationale, l'Olympiade du Benelux et l'Olympiade Francophone de Mathématiques mais également à l'EGMO pour les filles.

Enfin, la Société organise chaque année un Congrès qui se réunit trois jours fin août alternativement dans des locaux de l'un de nos trois principaux réseaux d'enseignement : conférences, exposés, ateliers et expositions sont au menu.

Depuis 2004, la Société facilite la participation de classes de l'enseignement fondamental et du premier degré au *Rallye Mathématique transalpin.*

Les brochures OMB



Les recueils des anciennes questions des Olympiades ont été régulièrement publiés par la SBPMef. Actuellement la brochure *Olympiades Mathématiques Belges – Tome 10*, collationnée par Pascal Dupont est disponible. Elle reprend toutes les questions posées lors des deux premières étapes des Olympiades Belges des années 2019 à 2022, ainsi que les questions des finales.

Que ce soit pour les miNi, les miDi ou les maXi, les questions ont été regroupées par matière et classées selon un ordre de difficulté croissante. On y trouve : Arithmétique et Algèbre, Géométrie, Logique, Analyse combinatoire et Probabilités et Problèmes divers.

La SBPMef vous invite à acquérir ce livre à la fois comme texte de référence pour une préparation à l'Olympiade elle-même, mais également comme recueil d'exercices non triviaux d'application des notions mathématiques enseignées dans les classes.

Pour les frais de port ou pour les conditions particulières d'achat par quantité, consultez notre secrétaire Cristina au 065.37.33.04 ou par courrier électronique à l'adresse `sbpm@sbpm.be`.

L'Olympiade Mathématique Belge

C'est en 1976, à l'initiative du Professeur Buekenhout (ULB), que la SBPMef a créé une épreuve annuelle : l'Olympiade Mathématique Belge (OMB). Cette extraordinaire aventure s'est poursuivie grâce au formidable travail fourni par l'importante équipe de bénévoles qui gèrent cette compétition — tout à fait amicale — aussi bien sur le plan administratif que sur le plan scientifique, ainsi que grâce à l'enthousiasme des élèves participants et de leurs professeurs qui les incitent à s'inscrire et qui les motivent.

Elle est ouverte à tous les élèves de l'enseignement secondaire francophone belge ou luxembourgeois (tous réseaux, tous niveaux). Dès 1977, elle se subdivise en deux catégories « Mini » et « Maxi » respectivement réservées aux élèves des trois classes inférieures et des trois classes supérieures. En 1996, une catégorie intermédiaire a été créée et désormais, l'Olympiade est subdivisée en trois catégories : « Mini », « Midi » et « Maxi », destinées respectivement aux élèves des 1er, 2^{e} et 3^{e} degrés de l'enseignement secondaire. Les participants trouvent ainsi dans le questionnaire qui leur est destiné une source de matières qui les ciblent au mieux.

Le jury national est composé de professeurs des enseignements secondaire, supérieur et universitaire ainsi que d'inspecteurs et de conseillers pédagogiques. Il a en charge la responsabilité générale de l'organisation de l'Olympiade et est secondé matériellement par le secrétariat de la SBPMef qui se charge des expéditions. Le jury a plus particulièrement la lourde charge de la création et de la rédaction précise des questions des diverses compétitions.

L'*éliminatoire* se déroule dans chaque école inscrite sous la responsabilité d'un professeur qui réceptionne, début janvier, les questionnaires ; il est chargé de la bonne organisation de l'éliminatoire au sein de son école. Le grand nombre d'inscrits impose de recourir à des questionnaires à choix multiples pour cette éliminatoire (actuellement, une réponse valable à trouver parmi cinq proposées). Le jury s'efforce néanmoins de donner aux questions un caractère « peu scolaire » de façon à obliger les élèves à faire preuve de leur capacité à appliquer leurs connaissances et à les transposer à des situations nouvelles. La durée de l'épreuve, 90 minutes pour répondre à 30 questions, les oblige à traiter d'abord les questions les plus accessibles. Afin d'éviter les choix au hasard, une réponse erronée à une question est pénalisée par rapport à une absence de réponse. De plus, le jury prévoit toujours que quelques questions ne soient pas à choix multiples, mais nécessitent une réponse qui est un nombre entier compris entre zéro et 999. Aidé de grilles de correction extrêmement précises, le professeur responsable organise dans son établissement la correction de cette première épreuve. Il envoie les résultats à son secrétaire régional. Il y a actuellement dix secrétaires régionaux (Arlon, Bruxelles, Charleroi, Liège, Louvain-La-Neuve, Luxembourg, Marche-en-Famenne, Mons, Namur et Tournai) qui ont en charge de lourdes responsabilités. Ce sont eux qui sélectionnent les demi-finalistes sur base des résultats communiqués par les écoles. Ils rédigent les statistiques année par année pour leur région et expédient ces données dans les écoles. Ils convoquent les demi-finalistes et organisent les demi-finales.

Les épreuves de la *demi-finale* sont du même type (la plupart des questions à choix multiples et quelques questions dont la réponse est un nombre entier compris entre 0 et 999) que lors des éliminatoires, mais les questions présentent un degré de difficulté légèrement supérieur. Enfin, les responsables régionaux et leurs équipes corrigent les épreuves et transmettent les résultats au secrétariat national. C'est ensuite au jury national qu'il appartient de déterminer quels seront les *finalistes*. Ceux-ci sont invités en un lieu central (en principe Namur) et travaillent pendant 4 heures à la résolution de problèmes difficiles. Il est conseillé aux finalistes de mettre par écrit toutes les démarches qu'ils entreprennent car le jury valorise les idées intéressantes, y compris celles dont il n'était pas évident *a priori* qu'elles n'aboutiraient pas. Le jury national corrige ces épreuves finales et choisit les lauréats. Si la compétition a ainsi successivement un caractère local, puis régional et enfin communautaire, tous les élèves sont néanmoins confrontés aux mêmes difficultés puisque toutes les questions sont préparées par le même jury national.

Depuis quelques années, tous les finalistes sont invités à la proclamation solennelle des résultats et y reçoivent un diplôme de participation ainsi que de nombreux prix. La SBPMef est à ce niveau aidée par les nombreux mécènes qui soutiennent la compétition. Des prix spéciaux sont en outre attribués aux élèves de 1re, 3^{e} et 5^{e} années parvenus en finale et ayant fait montre d'un talent mathématique précoce et prometteur. Le prix Willy VANHAMME récompense la démonstration jugée la plus élégante, toutes catégories confondues.

Le but poursuivi par la SBPMef en organisant l'Olympiade est triple : intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, d'un grand jeu qui les passionne ; mettre l'accent sur l'importance des problèmes dans la formation mathématique des élèves en proposant des problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, aux capacités réelles de raisonnement ; fournir aux professeurs un choix d'exercices non élémentaires, originaux, d'un type différent de ceux figurant dans la plupart des manuels.

L'impact de l'Olympiade sur l'enseignement n'est pas négligeable. On constate en effet que nombre d'enseignants et d'auteurs de manuels réutilisent des questions posées à l'Olympiade dans le cadre de leurs cours.

En 2023, les nombres de participation s'établissent comme suit :

	Éliminatoires	Demi-finales	Finale	Lauréats
Mini	11863	873	41	16
Midi	6665	576	40	14
Maxi	5983	624	41	15
Total	24511	2073	122	45

Jury de l'Olympiade

Responsable national : Michel Sebille

Trésorier : Marc De Neef

Secrétaires régionaux :

Arlon :	Xavier Hainaut
Bruxelles :	Vincent De Clerck
Charleroi :	Valérie Bas
Liège :	Yvan Haine
Louvain-la-Neuve :	Patrick Tilmant
Luxembourg :	Mike Dostert
Marche-en-Famenne :	Christelle Boulanger
Mons :	Quentin Brouette
Namur :	Pascal Henry
Tournai :	Naomi Hugé

Jury national :

Président du jury : Pascal Dupont

Secrétaire du jury : Benoit Baudelet

Rédactrice des questionnaires : Lise Ponselet

Membres du Jury : Benoit Baudelet, Andrée Bogaerts, Francis Buekenhout, Sylvain Courtois, Vincent Daloze, Géry Debongnie, Brigitte De Coninck, Julie De Saedeleer, Jean-Paul Doignon, Marc De Neef, Pascal Dupont, Bernard Felten, Dimitri Foucart, Nicolas Franco, Yvan Haine, Lionelle Lamy, Jules Miéwis, Nicole Miéwis, Éveline Moitroux, Philippe Niederkorn, Lise Ponselet, Pascal Radoux, Michel Sebille, Hugues Vermeiren, Pascal Zeihen

Membres correspondants : Vidal Agniel, Martine Devillers, Françoise Duchêne-Valette, Pierre-Alain Jacqmin, Dany Legrand, Boris Meynsbrughen, Monique Milcamps-Wilmet, Nicolas Radu et Yolande Roch-Noël

Olympiade Internationale (Belgique) : Gérald Troessaert assisté de Benoit Baudelet, Philippe Niederkorn et Nicolas Radu

Olympiade Mathématique du Benelux : Nicolas Radu

Olympiade Francophone de Mathématiques : Pierre-Alain Jacqmin et François Thilmany

European Girls' Mathematical Olympiad : Michel Sebille

Olympiades Internationales diverses (Grand-Duché de Luxembourg) : Mike Dostert, Bernard Felten, Pierre Haas, Philippe Schram et Pascal Zeihen

Collecte des lots et préparation de la proclamation : Jules Miéwis assisté de Cristina Carruana, Dominique Dumont, Nicole Miéwis et Hugues Vermeiren

Palmarès : Michel Sebille

Préparations aux olympiades internationales : Benoit Baudelet, Corentin Bodart, Hoan-Phung Bui, Quentin Claus, Cédric De Groote, Pascal Dupont, Nicolas Franco, Damien Galant, Xavier Gonze, Rodrigue Haya Enriquez, Pierre-Alain Jacqmin, Savinien Kreczman, Benoît Legat, Dany Legrand, Simon Lemal, Jean-François Macq, Philippe Niederkorn, Laure Ninove, Cédric Pilatte, Nicolas Radu, Michel Sebille, François Thilmany, Gérald Troessaert, Jean Van Schaftingen, Justin Vast

Les finalistes en pleine action

© Pascal Dupont

Palmarès de la 48^{e} OMB

Lauréats de la Mini-Olympiade 2023

A obtenu le premier prix

1	NUYTS Elliot	2	École Européenne III	Ixelles

Ont obtenu un deuxième prix

2	WELLENS Julien	2	Institut Saint-André	Ixelles
3	MICHAUX Adrien	2	Athénée Royal Air-Pur	Seraing
4	ANTOHI Horia	1	École Européenne II	Woluwe-St-Lambert

Ont obtenu un troisième prix

5	WANG Zexiao	2	Lycée Michel Rodange	Luxembourg
	YANG Michel	2	Athénée Robert Catteau	Bruxelles
7	SEYWERT Philip	2	Lycée Aline Mayrisch	Luxembourg
	VALKENERS Raphaël	2	C.S. Sainte-Véronique	Liège
9	BAUMANS Vicky	1	Athénée Charles Rogier	Liège

Ont obtenu un quatrième prix

10	DEMOUGIN-REYES Esteban	2	Lycée Jean Monnet	Uccle
11	SKVORTSOV Mikhail	2	Enseignement à domicile	Mons
12	DELSEMME Thomas	2	Collège Cardinal Mercier	Braine-l'Alleud
	DEVILLE Hugo	2	Schola Nova	Incourt
14	ALAERTS Damien	2	Athénée Royal	Waterloo
15	HAINAUT Gabriel	2	Institut Sainte-Marie	Arlon
	ROBERT Martin	2	Institut Saint-Joseph	Ciney

Ont obtenu un prix spécial en tant qu'élèves de 1re année

Antohi Horia	École Européenne II	Woluwe-St-Lambert
Assouka Marion	Institut Sainte-Marie	Arlon
Baumans Vicky	Athénée Charles Rogier	Liège
Bemelmans Félix	Collège Saint-Remacle	Stavelot
Lebeau Romain	Athénée Provincial	Flémalle
Moudallal Zein-Eddine	C.S. N.-D. de la Sagesse	Ganshoren
Van Muylen Élliot	Athénée Provincial	La Louvière

Ont également participé à la finale

Bertin Alice	1	Collège du Sartay	Embourg
Bochouari Habdoullahi	1	Collège des Étoiles	Charleroi
De Poortere Rémy	1	Centre Scolaire Saint-Michel	Etterbeek
Descamps Gabriel	2	Collège Saint-Quirin	Huy
Dornseiffer Jules	1	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
Durdu Clément	1	Centre Scolaire Saint-Michel	Etterbeek
Gamboa dos Santos Juliano	2	École Européenne III	Ixelles
Hancq Timothée	1	Collège N.-D. des 3 vallées	Genval
Hrincu Dan	1	Athénée Royal	Évere
Idaoubella Sarah	1	Lycée Jean Monnet	Uccle
Kristensen Albert	1	Lycée Ermesinde	Mersch
Maklufi Marina	2	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
Mary Martin	2	École Européenne I	Luxembourg
Mortier Adrien	1	Athénée R. Lucienne Tellier	Anvaing
Richard Thévy	2	Lycée Français Vauban	Luxembourg
Somekh Ido	1	St George's Intern. School	Luxembourg
Vast Alexis	2	C.S. Saint-Benoît	Habay-la-Neuve
Zhu Ethan	1	Lycée Mater Dei	Woluwe-St-Pierre

Palmarès de la 48^{e} OMB

Lauréats de la Midi-Olympiade 2023

A obtenu le premier prix

1	DÜRRÜOGLU Pierre Akin	4	Collège Cardinal Mercier	Braine-l'Alleud

Ont obtenu un deuxième prix

2	NUYTS Samuel	4	École Européenne III	Ixelles
	ZHANG Duo	3	International School	Luxembourg
4	ANDRIAN ALBESCU Stefan	4	École Européenne III	Ixelles

Ont obtenu un troisième prix

5	MEHMED Huda-Nur	4	Collège des Étoiles	Haren
6	HAN Tianyi	4	Collège Saint-Michel	Etterbeek
7	GUIGNARD Thibault	4	Collège Saint-Michel	Etterbeek
	VELZ San Diego	4	Bischöfliches Institut	Büllingen

Ont obtenu un quatrième prix

9	CAINE Maxime	4	Lycée Jean Monnet	Uccle
	MENNA Giovanni	3	Collège Cardinal Mercier	Braine-l'Alleud
11	MANDAL Parag	4	Collège Saint-Barthélemy	Liège
12	DEBROUX Marguerite	4	Collège Saint-Michel	Etterbeek
13	JOUNIAUX Laure-Line	4	Collège Saint-Augustin	Gerpinnes
14	HARDING Gabriel-François	4	Athénée de Luxembourg	Luxembourg

Ont obtenu un prix spécial en tant qu'élèves de 3^{e} année

MENNA Giovanni	Collège Cardinal Mercier	Braine-l'Alleud
MOUMAN Omar	Lycée Technique du Centre	Luxembourg
ROHNER Moritz	Lycée de Garçons	Esch-sur-Alzette
SHAH Kiah	Lycée Michel Lucius	Luxembourg
ZHANG Duo	International School	Luxembourg

Ont également participé à la finale

AL RHOULI EL ABDOUNI Amir	4	Athénée Robert Catteau	Bruxelles
BOUSSART Cyrille	4	C.S. Sainte-Véronique	Bruxelles
CORNET Damien	3	Écoles des Ursulines	Mons
COSENTINI Leo	4	Athénée Royal Jules Bordet	Soignies
DELVAUX Lucas	3	Institut Saint-Joseph	Welkenraedt
DEMEULDER Eliott	4	Athénée Royal	Nivelles
DUVIVIER Maurice	4	Lycée Saint-Jacques	Liège
FEBVAY Sacha	3	Athénée d'Arlon	Arlon
GHISLAIN Gabriel	4	Collège Saint-Pie X	Châtelineau
GROENVALD Emilie	4	École Européenne III	Ixelles
HAFNER Matthias	3	Collège St-Etienne des Hayeffes	Mont-St-Guibert
HEMROULLE Eliot	3	Athénée d'Arlon	Arlon
KATSIKAS Konstantinos	3	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
LEROY Enya	4	César-Franck-Athenäum	La Calamine
MASSIN Noah	4	Comm. Scolaire Saint-Benoît	Habay-la-Neuve
NITA Alexandru	3	École Européenne IV	Laeken
PHILIPPE Chloé	4	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
PICKART Loïc	3	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
VAN MECHELEN Alex	4	Athénée de Luxembourg	Luxembourg
WIELEMANS Aymeric	3	Collège Cardinal Mercier	Braine-l'Alleud
ZHOU Muyang	3	Collège Saint-Pierre	Uccle

Palmarès de la 48^{e} OMB

Lauréats de la Maxi-Olympiade 2023

Ont obtenu un premier prix

1	VAN SCHAFTINGEN Benoît	6	Collège du Christ-Roi	Ottignies
	ZAKINE Akram	5	Athénée Robert Catteau	Bruxelles

Ont obtenu un deuxième prix

3	WEZEL Augustin	6	Collège Saint-Michel	Etterbeek
4	TANASA Maia	5	École Européenne II	Dudelange
5	IEK Arthur	6	Lycée de Garçons	Esch-sur-Alzette

Ont obtenu un troisième prix

6	CHAKROUNE Sanae	6	Institut des S. de Notre-Dame	Anderlecht
7	ANTOINE Robin	5	Sint-Franciscusinstituut	Brakel
	MENDELEEV Steve	6	International School	Luxembourg
	VONCKEN Michèle	5	Lycée Nic Biever	Dudelange
10	FADLALLAH Maëlle	6	Collège Saint-Michel	Gosselies

Ont obtenu un quatrième prix

11	BERNIER Louise	5	Lycée de Garçons	Luxembourg
12	ELENGESA Auguste	5	Lycée Maria Assumpta	Bruxelles
13	DERAEMAEKER Joseph	5	Lycée Mater Dei	Woluwe-St-Pierre
14	DUBROWSKI Raoul	6	C.S. Saint-Vincent	Soignies
15	TARIN Mélanie	6	Collège du Sacré-Cœur	Charleroi

Ont obtenu un prix spécial en tant qu'élèves de 5^{e} année

ANTOINE Robin	Sint-Franciscusinstituut	Brakel
BERNIER Louise	Lycée de Garçons	Luxembourg
DERAEMAEKER Joseph	Lycée Mater Dei	Woluwe-St-Pierre
ELENGESA Auguste	Lycée Maria Assumpta	Bruxelles
MEESSEN Julien	Institut de la Vallée-Bailly	Braine-l'Alleud
MERTENS Samuel	Institut Saint-Louis	Bruxelles
TANASA Maia	École Européenne II	Dudelange
TATU-CARAVAN Gabriela	École Européenne II	Woluwe-St-Lambert
TBEZ Adam	Collège Don Bosco	Woluwe-St-Lambert
VONCKEN Michèle	Lycée Nic Biever	Dudelange
ZAKINE Akram	Athénée Robert Catteau	Bruxelles

Ont également participé à la finale

ARONSSON-BROWN August	6	Athénée Robert Catteau	Bruxelles
BAIVIER Bastien	6	C.S. Saint-Vincent	Soignies
BARANI Kristina	6	École Européenne II	Woluwe-St-Lambert
BORTOLUZZI César	6	Lycée Mater Dei	Woluwe-St-Pierre
CHAUVET Nicolas	5	Athénée Charles Rogier	Liège
CHEN Owen	5	Lycée Martin V	Louvain-la-Neuve
DEBONNET Mathias	6	Collège Sainte-Marie	Mouscron
DORVAL Alexandre	5	Collège Notre-Dame	Basse-Wavre
DRÉNOU Katell	6	Lycée Jean Monnet	Uccle
DUBOIS Matthieu	5	Lycée Jean Monnet	Uccle
DUQUET Pierre	6	Athénée Royal Jean Absil	Etterbeek
FILIPCHUK Bogdan	5	Lycée Émile Jacqmain	Bruxelles
GAUZÈS Florian	6	Lycée Vauban	Luxembourg
GUILFANOV Raphael	6	Collège Sainte-Véronique	Liège
HERBIET Adam	5	Schola Nova	Incourt
OPSOMER Midas	6	Athénée Robert Catteau	Bruxelles
PRINCEN Edouard	6	Collège du Sartay	Embourg
SMOLDERS Liliane	6	École Européenne II	Woluwe-St-Lambert
TASSIN Emile	5	Collège Saint-Michel	Etterbeek
WINKIN Adrien	5	Athénée Royal	Herstal
XIA Calvin	6	Institut Ste-Julie St-Laurent	Marche-en-Famenne

Prix Vanhamme 2023

Ce prix récompense la démonstration jugée la plus élégante, toutes catégories confondues.

Le lauréat est

Julien WELLENS

élève de 2^{e} année à l'Institut Saint-André à Ixelles.
Il reçoit ce prix pour sa résolution de la question miNi 1.

© Pascal DUPONT

Olympiade Mathématique Internationale

Oslo en Norvège a accueilli du 6 au 16 juillet 2022 la 63^{e} Olympiade Mathématique Internationale (OMI). Un total de 589 étudiants (dont 68 filles) issus de 104 pays ont participé à l'épreuve.

Comme c'est le cas depuis plusieurs années maintenant, l'équipe belge était composée de six étudiants (trois néerlandophones et trois francophones), sous la conduite de Bart WINDELS (leader) et de Philippe NIERDERKORN (deputy leader).

L'épreuve consiste en la résolution de six problèmes, chaque problème est coté sur sept points. Lorsque les corrections sont terminées, le jury de l'OMI définit les seuils d'attribution des médailles de la façon suivante : la moitié des participants au plus sont médaillés. Parmi les médaillés, un tiers au plus obtiennent une médaille d'argent et un sixième au plus une médaille d'or. Cette clé de répartition a donné les seuils suivants : médaille de bronze 23/42, médaille d'argent 29/42 et médaille d'or 34/42. De plus, une mention honorable est accordée à chaque concurrent non médaillé ayant obtenu le maximum à une question au moins. À Oslo, 44 médailles d'or, 101 médailles d'argent, 140 médailles de bronze et 210 mentions honorables ont été décernées.

Voici les résultats des participants belges :

Dora CHEN (nl) : 24 points — médaille de bronze

Zhiyi LUO (nl) : 20 points — mention honorable

Pierre Akin DÜRRÜOGLU (fr) : 18 points — mention honorable

Mateo MUÑOZ (fr) : 15 points — mention honorable

Lucien COCHÉ (fr) : 9 points — mention honorable

Milan PICKAVET (nl) : 8 points — mention honorable

La tradition veut que l'épreuve comporte deux problèmes dits « faciles », deux problèmes de difficulté moyenne et deux problèmes difficiles pour départager les meilleurs. Dix participants originaires de Chine, du Japon, d'Ukraine et du Viêt Nam obtiennent le score parfait de 42 points.

Bien que l'OMI soit une épreuve individuelle, il est inévitable de s'intéresser aux résultats globaux des différents pays. La Belgique se classe au 63^{e} rang (sur 104) d'un officieux classement inter-nations. Le trio de tête est composé de la Chine suivie de la Corée du Sud et des USA.

La 64^{e} Olympiade Mathématique Internationale sera accueillie par Chiba au Japon. Elle se tiendra du 2 au 13 juillet 2023.

Pour plus d'informations : `http://www.imo-official.org`

European Girl's Mathematical Olympiad

La participation féminine aux olympiades internationales est faible voire pour certains pays quasiment inexistante. Il s'est ainsi récemment écoulé 16 années sans participation d'une Belge aux OMI jusqu'à ce qu'une participante néerlandophone prenne part à l'édition 2016. Depuis, une participante francophone ou néerlandophone est sélectionnée chaque année et même deux en 2021.

Afin d'encourager une participation féminine à ces compétitions ainsi qu'à des études de mathématiques, il a été décidé d'organiser, à partir de 2012, une compétition réservée exclusivement aux filles. Celle-ci fut baptisée « European Girl's Mathematical Olympiad ».

Cette année, 213 participantes venant de 55 pays se sont affrontées (38 pays européens et 17 pays invités). La Russie a été interdite de participation. La Belgique était représentée par Sanae Chakroune, Saar De Bus, Enya Leroy, Enya Lindekens (participantes), Michel Sebille (leader), Marie Peeters (deputy leader) et Habicht (observateur).

La compétition s'est déroulée à Portorož en Slovénie du 13 au 19 avril 2023.

Au niveau du résultat, la Belgique a fini quarante-quatrième sur cinquante-cinq. Sanae Chakroune est 126^{e} (mention honorable), Enya Leroy 135^{e} (mention honorable), Saar De Bus 187^{e} et Enya Lindekens 187^{e}.

La compétition individuelle a été remportée par 14 participantes d'Australie, d'Azerbaïdjan, de Bulgarie, de Chine, d'Israël, de Turquie, d'Ukraine et des USA réalisant un score parfait de 42/42.

La compétition par équipe est remportée par l'Ukraine devant la Turquie et la Roumanie. L'équipe de Chine est en réalité première, mais seules les équipes européennes figurent dans le classement des nations.

Les résultats et énoncés des problèmes sont disponibles sur le site `http://www.egmo.org`
La prochaine édition se déroulera à Kutaisi en Géorgie.

Les sept membres de l'équipe belge à l'EGMO

L'équipe belge à la BxMO

Olympiade Francophone de Mathématiques

L'Olympiade Francophone de Mathématiques (OFM) a été créée en 2020 et rassemble, comme son nom l'indique, des élèves issus de différents pays francophones. Le format est similaire à celui de la BxMO, à ceci près que l'OFM comporte une catégorie Senior et une catégorie Junior, réservée aux élèves de moins de 16 ans. Bien sûr, les énoncés ont aussi la particularité d'être en français pour tous les participants.

La Tunisie s'est occupée de l'organisation de la dernière édition de l'OFM qui s'est déroulée en ligne du 28 avril au 1er mai 2023. Les deux catégories ont rassemblé, au total, 120 étudiants issus de douze pays (Algérie, Belgique, Bénin, Cameroun, Canada, Congo Brazzaville, France, Madagascar, Maroc, Mauritanie, Suisse et Tunisie). La Belgique était représentée par Stefan ANDRIAN ALBESCU, Emilie GROENVALD, Parag MANDAL, Giovanni MENNA, Samuel NUYTS et Augustin VAN SCHAFTINGEN en catégorie Junior, et Robin ANTOINE, Sanae CHAKROUNE, Joseph DE RAEMAEKER, Pierre Akin DÜRRÜOGLU et Akram ZAKINE en catégorie Senior. La correction et les coordinations des copies belges ont été assurées par Pierre-Alain JACQMIN et François THILMANY.

Des médailles et mentions honorables ont été attribuées selon les mêmes règles que pour les autres compétitions internationales. Nos élèves ont été récompensés de trois médailles d'or (Robin ANTOINE, Pierre Akin DÜRRÜOGLU et Samuel NUYTS), une médaille d'argent (Akram ZAKINE), cinq médailles de bronze (Stefan ANDRIAN ALBESCU, Sanae CHAKROUNE, Joseph DERAEMAEKER, Parag MANDAL et Giovanni MENNA) et une mention honorable (Augustin VAN SCHAFTINGEN).

Les résultats complets, ainsi que les énoncés et solutions de tous les problèmes, peuvent se trouver sur le site `igm.univ-mlv.fr/~juge/ofm/`.

Olympiade Mathématique du Benelux

Depuis 2009 est organisée chaque année une olympiade de mathématiques du Benelux, plus connue sous l'acronyme anglais BxMO (Benelux Mathematical Olympiad). Comme la majorité des autres olympiades « régionales » organisées en Europe et ailleurs, elle a pour but de favoriser les contacts entre les pays participants, tout en offrant à quelques étudiants de chacun d'eux la possibilité d'acquérir, dans le cadre d'une compétition internationale, une expérience qui pourra se révéler précieuse pour une éventuelle participation à l'Olympiade Mathématique Internationale (OMI). L'épreuve proprement dite dure 4 h 30 et comporte quatre problèmes, notés chacun sur 7 points.

Le niveau de difficulté est plus élevé que celui des olympiades nationales des pays participants, mais le questionnaire reste plus abordable que celui d'une OMI. Chaque pays peut envoyer une délégation de 10 candidats et de 3 accompagnateurs.

L'édition 2023 a eu lieu au Luxembourg à Esch-sur-Alzette du 5 au 7 mai. La délégation belge était composée de cinq étudiants francophones (Robin Antoine, Joseph Deraemaeker, Pierre Akin Dürrüoğlu, Samuel Nuyts et Akram Zakine) et de cinq étudiants néerlandophones (Jonas Boeykens, Jul Comhaire, Tibe Fannes, Zhiyi Luo et Luka Sebbag) et de trois accompagnateurs : Nicolas Radu, Tijs Buggenhout et Jonas De Schouwer.

La Belgique a obtenu la première place devant les Pays-Bas et le Luxembourg. Nous avons décroché une médaille d'or (Pierre Akin Dürrüoglu), quatre médailles d'argent (Robin Antoine, Zhiyi Luo, Luka Sebbag et Akram Zakine) et trois médailles de bronze (Jonas Boeykens, Jul Comhaire, et Joseph Deraemaeker). Il est à noter que les médailles sont attribuées selon des critères identiques à ceux de l'OMI.

N'hésitez pas à consulter le site web `www.bxmo.org`. Vous y trouverez tous les classements, les questions et les solutions à tous les problèmes posés au cours de cette compétition enrichissante.

Conseil d'administration de la SBPMef

Conseil d'administration

Pierre Bolly, Jean-Marc Desbonnez, Dominique Dumont, Pascal Dupont, Dimitri Foucart, Christine Géron, Renée Gossez-Ketels, Marie-France Guissard, Valérie Henry, Pauline Lambrecht, Dany Legrand, Christian Michaux, Jules Miéwis, Nicole Miéwis, Sarah Ory, René Scrève, Michel Sebille, Gérald Troessaert, Hugues Vermeiren et Sébastien Verspecht.

Bureau exécutif de la Société

Présidente de la SBPMef :	Valérie Henry
Vice-Présidents :	Michel Sebille
	René Scrève
Administrateur délégué :	Christian Michaux
Secrétaire :	Marie-France Guissard
Trésorier :	Christian Michaux

Responsables d'activités

Rédacteur en chef de *Losanges* :	Valérie Henry
Rédacteur de *SBPM-Infor* :	Renée Gossez-Ketels
Responsable du site internet :	Sébastien Verspecht
Responsable Olympiade Nationale :	Michel Sebille
Responsables Olympiade Internationale :	Gérald Troessaert, Benoit Baudelet, Philippe Niederkorn et Nicolas Radu
Responsable Olympiade du Benelux :	Nicolas Radu
Responsable Olympiade Mathématique Francophone :	Pierre-Alain Jacqmin et François Thilmany
Responsable European Girl's Mathematical Olympiad :	Michel Sebille
Responsable Rallye Mathématique Transalpin :	Pauline Lambrecht
Présidente de la Commission Congrès :	Dominique Dumont
Représentants de la SBPMef à la CAPP :	René Scrève

Questions de la finale Mini 2023

Question 1

Dans une petite ville, il n'y a qu'une ligne de tram, en forme de cercle, et les trams y circulent à vitesse constante dans les deux sens. Sur cette ligne, il y a, entre autres, un arrêt pour le Cirque, un pour le Parc et un pour le Zoo.
Du Parc au Zoo, le temps de trajet en tram en passant par le Cirque est le triple du temps de trajet sans passer par le Cirque. Du Cirque au Zoo en passant par le Parc, le temps de trajet est la moitié du temps de trajet sans passer par le Parc.
Un des trajets du Parc au Cirque en passant ou non par le Zoo est plus long que l'autre. Lequel ? Et quel est le rapport des temps de trajet du Parc au Cirque, en passant ou non par le Zoo ?

Solution inspirée de celle de Julien Wellens

Désignons par x la longueur de l'arc de cercle du parc (P) au zoo (Z) sans passer par le cirque ($\cancel{C}$) et notons cette expression $P \xrightarrow{\cancel{C}} Z = x$. Nous pouvons donc écrire $P \xrightarrow{C} Z = 3x$. Si y est la distance du cirque au zoo en passant par le parc, nous avons $C \xrightarrow{P} Z = y$ et $C \xrightarrow{\cancel{P}} Z = 2y$. Si k est la circonférence du cercle,

$$\left(P \xrightarrow{\cancel{C}} Z\right) + \left(P \xrightarrow{C} Z\right) = k \quad \text{et} \quad \left(C \xrightarrow{P} Z\right) + \left(C \xrightarrow{\cancel{P}} Z\right) = k$$

ou encore $x + 3x = k$ et $y + 2y = k$ dont on tire $y = \frac{4}{3}x$.

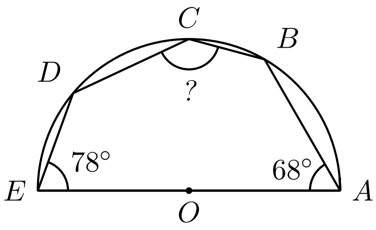
Nous devons trouver $P \xrightarrow{Z} C$ et $P \xrightarrow{\cancel{Z}} C$, alors que $P \xrightarrow{Z} C + P \xrightarrow{\cancel{Z}} C = k$.

Mais $P \xrightarrow{Z} C = P \xrightarrow{\cancel{C}} Z + C \xrightarrow{\cancel{P}} Z = x + 2y = x + 2\frac{4x}{3} = \frac{11x}{3}$. Et donc $P \xrightarrow{\cancel{Z}} C = k - \frac{11x}{3} = 4x - \frac{11x}{3} = \frac{x}{3}$. Le chemin du parc ($P$) au cirque ($C$) passant par le zoo ($Z$) est donc plus long que celui ne passant pas par le zoo ($\cancel{Z}$) et leur rapport est

$$\frac{P \xrightarrow{Z} C}{P \xrightarrow{\cancel{Z}} C} = \frac{(11x)/3}{x/3} = 11.$$

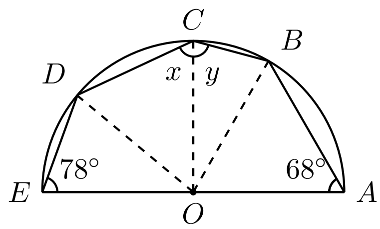
Question 2

Le pentagone $ABCDE$ est inscrit au demi-cercle de diamètre $[AE]$ et de centre O, comme sur la figure imprécise ci-dessous ; ses angles $\widehat{A}$ et $\widehat{E}$ mesurent respectivement $68°$ et $78°$. Quelle est la mesure en degrés de $\widehat{C}$?



Solution de Zexiao Wang

Traçons les segments $[OD]$, $[OC]$ et $[BO]$ (qui sont de même longueur puisqu'il s'agit de rayons), faisant apparaître ainsi quatre triangles isocèles ; et notons $|\widehat{OCD}| = x$ et $|\widehat{OCB}| = y$.



On en déduit que

- $|\widehat{EDO}| = 78°$ (car EOD est un triangle isocèle),
  et donc que $|\widehat{EOD}| = 180° - 78° - 78° = 24°$;
- $|\widehat{ABO}| = 68°$ (car AOB est un triangle isocèle),
  et donc que $|\widehat{AOB}| = 180° - 68° - 68° = 44°$.

Dès lors $|\widehat{DOB}| = 180° - 24° - 44° = 112°$.

Or, $|\widehat{DOC}| = 180° - 2x$ et $|\widehat{COB}| = 180° - 2y$.

Ainsi $|\widehat{DOB}| = |\widehat{DOC}| + |\widehat{COB}| = (180° - 2x) + (180° - 2y) = 360° - 2(x + y)$.

On en conclut que $360° - 2(x + y) = 112°$, c'est-à-dire $x + y = 124°$.

Finalement $\boxed{|\widehat{DCB}| = x + y = 124°}$.

Question 3

Le score *d'un nombre naturel est défini comme étant la somme de ses chiffres. Par exemple, le* score *de* 2023 *est* $2 + 0 + 2 + 3 = 7$.

a) *Quel est le plus petit nombre naturel de score* 20 *?*

b) *Quel est le plus petit nombre naturel ne s'écrivant qu'avec des* 2 *et des* 3 *et dont le score est* 23 *?*

c) *Quel est le plus grand nombre naturel ne s'écrivant qu'avec des* 2 *et des* 3 *et dont le score est* 23 *?*

d) *Quel est le plus petit nombre naturel de score* 2023 *?*

Solution inspirée de celles de Clément Durdu et Adrien Michaux

Au moins un nombre naturel est composé de chiffres, au plus il est petit. Pour avoir un petit nombre, il vaut donc mieux qu'il soit composé de peu de chiffres ayant la plus grande valeur possible.

a) Dans ce cas-ci, nous utilisons le plus de 9 possible. La division de 20 par 9 donne la relation $20 = 2 \cdot 9 + 2$, donc le naturel cherché est composé de deux 9 et un 2. Pour former le plus petit nombre, nous rangeons les chiffres par ordre croissant et nous obtenons 299.

b) On cherche le plus petit naturel de score 23 dont les chiffres sont 2 et 3. Nous utilisons donc le plus de 3 possible. La division de 23 par 3 donne la relation $23 = 7 \cdot 3 + 2$, donc le naturel est formé de sept 3 et un 2 qui sont rangés par ordre croissant pour avoir le plus petit nombre qui est 23 333 333.

c) Comme il faut le plus grand naturel possible, nous utilisons le plus de 2 possible pour que le nombre contienne le plus de chiffres possibles. La division de 23 par 2 donne la relation $23 = 11 \cdot 2 + 1$ qui ne permet pas d'écrire de naturel avec des 2 et des 3. Nous choisissons la relation $23 = 10 \cdot 2 + 3$ qui permet d'écrire un naturel composé de dix 2 et un 3 que nous allons mettre dans l'ordre décroissant pour avoir le plus grand naturel qui est 3 suivi de dix 2.

d) Comme expliqué dans le préambule, il faut utiliser le plus de 9 possible. La division de 2023 par 9 donne la relation $2023 = 224 \cdot 9 + 7$. Le naturel est composé de deux cent vingt-quatre 9 et un 7 qui sont classés par ordre croissant pour avoir le plus petit nombre qui est donc 7 suivi de 224 chiffres 9.

Question 4

Camille écrit la liste des nombres entiers de 1 *à* 1000 *inclus et calcule la somme* S *des nombres de sa liste.*

a) Dans chacun des nombres de la liste de Camille, Marie-Pierre remplace chaque chiffre 2 *par un* 3 *et, simultanément, chaque chiffre* 3 *par un* 2 *; elle calcule la somme* S' *des* 1000 *nombres ainsi transformés. Que vaut la différence* $S' - S$ *?*

b) De son côté, dans chacun des nombres de la liste de Camille, Pierre-Marie remplace chaque chiffre 2 *par un* 3 *et, simultanément, chaque chiffre* 9 *par un* 8 *; il calcule la somme* S'' *des* 1000 *nombres ainsi transformés. Que vaut la différence* $S'' - S$ *?*

Solution de Michel Yang

a) Pour chaque nombre s'écrivant avec un chiffre 3 et qui est remplacé par un chiffre 2, on trouve autant de nombres s'écrivant avec un chiffre 2 et qui a été remplacé par un chiffre 3. Les nombres de la somme S changent juste de place mais pas de valeur dans l'écriture de la somme S'. Donc $S' - S = 0$.

b) Lorsque qu'on remplace un chiffre 2 par un chiffre 3, la somme S s'accroit de 1, de 10 ou de 100. Mais chaque fois qu'on remplace un chiffre 9 par un chiffre 8, la somme S décroit de 1, de 10 ou de 100. Comme il y a autant de 2 que de 9 dans l'écriture des unités, autant de 2 que de 9 dans l'écriture des dizaines et autant de 2 que de 9 dans l'écriture des centaines ; les $+1$ et -1, les $+10$ et les -10, les $+100$ et les -100 se compensent exactement dans S''. Donc $S'' - S = 0$.

© Pascal Dupont

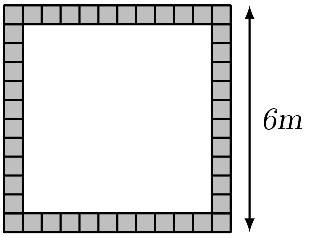
Question 5

Claude veut carreler le pourtour intérieur de sa terrasse avec des dalles carrées sur un seul rang, comme l'indique l'exemple de la figure ci-dessous. La terrasse est un carré de 6 m de côté. L'épaisseur des joints entre les dalles est négligeable.

a) Si la longueur du côté de chaque dalle est de 30 cm, combien de dalles sont utilisées ?

b) Si le pourtour se compose de 56 dalles, quelle est la longueur du côté de chaque dalle ?

c) Si l'aire de la partie centrale, non dallée, est de 30,25 m^2, combien de dalles sont utilisées ?



Solution de Raphaël Valkeners

a) Le nombre de dalles de 30 cm que nous pouvons placer sur une longueur de 600 cm est $\frac{600}{30} = 20$. La terrasse ayant 4 côtés, il nous en faut $20 \times 4 = 80$. Mais les dalles des coins sont comptées deux fois. Donc, il en faudra $(80 - 4) = 76$.

b) Comptons deux fois les dalles des coins de la terrasse pour arriver à $56 + 4 = 60$ dalles, donc à 15 dalles sur chaque côté de la terrasse. Ces 15 dalles sont sur un côté de 600 cm. Le côté de chacune d'elle est ainsi $\frac{600}{15} = 40$ cm.

c) Le côté du carré intérieur non dallé de la terrasse est $\sqrt{30{,}25} = 5{,}5$ m. Deux bords extérieurs correspondant aux côtés de 2 dalles valent 6 m$-$5,5 m$=$ 0,5 m. Le côté d'une dalle est $\frac{50}{2} = 25$ cm. Le nombre de dalles de 25 cm que nous pouvons placer sur une longueur de 600 cm est $\frac{600}{25} = 24$.
La terrasse ayant 4 côtés, il nous en faut $24 \times 4 = 96$. Mais les dalles des coins sont comptées deux fois. Ainsi, il en faudra $96 - 4 = 92$.

Questions de la finale Midi 2023

Question 1

Deux sœurs ont des âges à deux chiffres. Quand ils sont juxtaposés (écrits l'un à côté de l'autre), le nombre à quatre chiffres obtenu est un carré parfait. Dans 23 ans, elles auront toujours des âges à deux chiffres qui, juxtaposés dans le même ordre, formeront à nouveau un carré parfait. Quels âges ont aujourd'hui ces deux sœurs ?

Solution inspirée de celle de Pierre Akin Dürrüoglu

Soient $m = 10x + y$ et $n = 10z + t$ ($x; y; z; t \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ et $x \neq 0 \neq z$) les âges des deux sœurs. Il existe deux entiers strictement positifs a et b ($a < b$) tels que :

$$\begin{cases} a^2 = 1000x + 100y + 10z + t \\ b^2 = 1000x + 100y + 2300 + 10z + t + 23 \end{cases}$$

Ainsi, $b^2 - a^2 = 2323 \iff (b - a)(b + a) = 23 \cdot 101$

$$\iff \qquad \begin{cases} b - a = 1 \\ b + a = 2323 \end{cases} \qquad \text{ou} \qquad \begin{cases} b - a = 23 \\ b + a = 101 \end{cases}$$

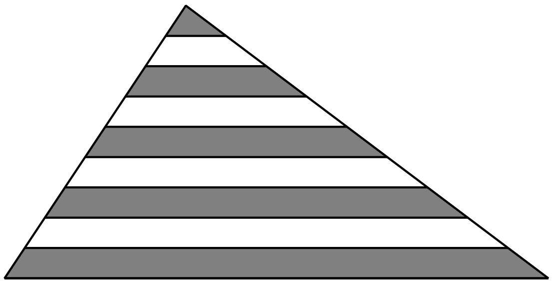
Dans le premier cas, $(a; b) = (1161; 1162)$, mais a^2 a plus de quatre chiffres et cette solution est donc à rejeter.
Dans le deuxième cas, $(a; b) = (39; 62)$ et $39^2 = 1000x + 100y + 10z + t$ nous donne $(x; y; z; t) = (1; 5; 2; 1)$. Les âges des deux sœurs seraient alors 15 et 21 ans. Il reste cependant à s'assurer que toutes les égalités sont bien vérifiées et elles le sont.

$39^2 = 1521 = 1000 + 500 + 20 + 1$ $\qquad$ $62^2 = 3844 = 1000 + 500 + 2300 + 20 + 1 + 23$

Question 2

Un triangle est partagé en 9 bandes par des segments parallèles à un des côtés et équidistants, comme sur la figure ci-dessous. Les différentes bandes sont alternativement grises et blanches, celle qui est adjacente au côté étant grise.

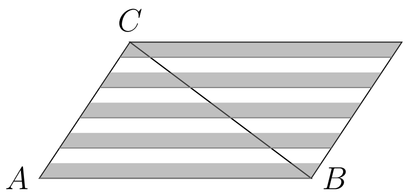
a) *Si la somme des aires des bandes grises est égale à 145, que vaut la somme des aires des bandes blanches ?*



b) *Le triangle est maintenant partagé en n bandes, avec n impair et supérieur ou égal à 3 ; quel est le rapport de la somme des aires des bandes grises à la somme des aires des bandes blanches, en fonction de n ?*

Solution de Thibault Guignard

Dupliquons le triangle, faisons tourner la copie et juxtaposons-la pour obtenir la figure suivante :



Dans le cas général, de n bandes avec n impair, la figure est alors composée de $\frac{n+1}{2}$ bandes grises et $\frac{n-1}{2}$ bandes blanches ; chacune des bandes étant un parallélogramme de base b et de hauteur $\frac{h}{n}$.
La somme des aires grises et blanches sont donc

$$S_g = \frac{n+1}{2} \cdot \frac{h}{n} \cdot b \qquad\qquad S_b = \frac{n-1}{2} \cdot \frac{h}{n} \cdot b$$

Par conséquent, le rapport de la surface grise et de la surface blanche est $r = \frac{n+1}{n-1}$.

Si on revient au triangle, la somme des aires grises (resp. blanches) est égale à la moitié de la somme des aires grises (resp. blanches) dans le parallélogramme. Le rapport est donc inchangé.

En appliquant la formule au cas du triangle à 9 bandes, on obtient 116 pour la question a).

Question 3

Par définition, la factorielle $n!$ d'un nombre naturel n non nul vaut $n! = n\times(n-1)\times\cdots\times 1$. Pour quelles valeurs de N la somme

$$1! + 2! + 3! + 4! + \cdots + N!$$

est-elle un carré parfait ?

Solution de Huda-Nur Mehmed

Listons les factorielles des premiers naturels :
$1! = 1$, $2! = 1\times 2 = 2$, $3! = 1\times 2\times 3 = 6$, $4! = 1\times 2\times 3\times 4 = 24$, $5! = 1\times 2\times 3\times 4\times 5 = 120$.

À partir de $5!$, toutes les factorielles sont multiples de 10, puisqu'elles contiennent au moins un facteur 2 et un facteur 5. Leur chiffre des unités est donc égal à 0. Le chiffre des unités de $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \ldots$ est donc égal à celui de $1! + 2! + 3! + 4!$, c'est-à-dire 3. Or, aucun carré parfait ne se termine par 3.

En effet :
- si un nombre se termine par 0, son carré se termine par 0 ;
- si un nombre se termine par 1, son carré se termine par 1 ;
- si un nombre se termine par 2, son carré se termine par 4 ;
- si un nombre se termine par 3, son carré se termine par 9 ;
- si un nombre se termine par 4, son carré se termine par 6 ;
- si un nombre se termine par 5, son carré se termine par 5 ;
- si un nombre se termine par 6, son carré se termine par 6 ;
- si un nombre se termine par 7, son carré se termine par 9 ;
- si un nombre se termine par 8, son carré se termine par 4 ;
- si un nombre se termine par 9, son carré se termine par 1.

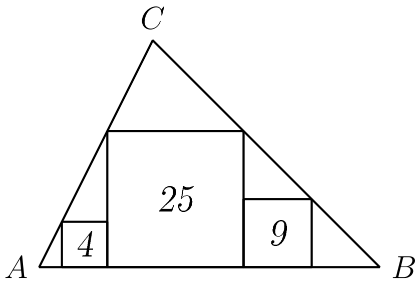
Ainsi, il n'existe aucune valeur de $N \geqslant 5$ telle que $1! + 2! + 3! + \ldots + N!$ soit un carré parfait.

Il reste donc à vérifier les valeurs de $N < 5$.
- si $N = 1$, $1! = 1$ est un carré parfait ;
- si $N = 2$, $1! + 2! = 3$ n'est pas un carré parfait ;
- si $N = 3$, $1! + 2! + 3! = 9$ est un carré parfait ;
- si $N = 4$, $1! + 2! + 3! + 4! = 33$ n'est pas un carré parfait.

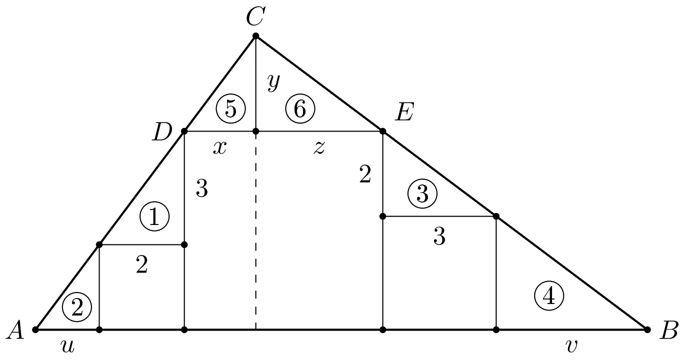
Conclusion : $1!+2!+3!+4!+\cdots+N!$ est un carré parfait uniquement si $N = 1$ ou $N = 3$.

Question 4

Quelle est l'aire du triangle ABC si les aires de trois carrés inscrits sont respectivement 4, 25, 9 comme dessiné sur la figure imprécise ci-dessous ?



Solution inspirée de celle de Cyrille Boussart



Les triangles ① et ② sont semblables car leurs côtés sont parallèles deux à deux et il en est de même pour les triangles ③ et ④ . Nous en déduisons $\frac{3}{2} = \frac{2}{u}$ ou $u = \frac{4}{3}$ et $\frac{2}{3} = \frac{3}{v}$ ou $v = \frac{9}{2}$. Par conséquent, $|AB| = \frac{4}{3} + 2 + 5 + 3 + \frac{9}{2} = \frac{95}{6}$.

Dans le triangle CDE, traçons la hauteur issue de C, ce qui forme les triangles ⑤ et ⑥ , qui sont respectivement semblables aux triangles ① , ② et ③ , ④ . Nous pouvons écrire $\begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{2}{x} \\ \frac{2}{y} = \frac{3}{z} \end{cases}$ ou $y = \frac{3x}{2} = \frac{2z}{3}$. Et comme $x + z = 5$, $y = \frac{3x}{2} = \frac{2z}{3}$ s'écrit $\frac{15-3z}{2} = \frac{2z}{3}$ dont nous tirons $z = \frac{45}{13}$ et $y = \frac{2z}{3} = \frac{30}{13}$. La hauteur du triangle ABC est donc $|AB| = y + 5 = \frac{95}{13}$, et son aire est

$$\mathscr{A}(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{95}{6} \cdot \frac{95}{13} = \frac{9025}{156}.$$

Questions de la finale Maxi 2023

Question 1

La notation $\overline{a_k \ldots a_2 a_1 a_0}_b$ représente le nombre dont les chiffres en base b sont a_k, …, a_2, a_1 et a_0. Par exemple,

$$\overline{235}_{10} = 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 5 = 235 \text{ et } \overline{235}_7 = 2 \times 7^2 + 3 \times 7 + 5 = 124.$$

Trouver tous les triplets (x, y, z), avec x, y et z dans $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ et $x \neq 0$, pour lesquels $\overline{xyz}_{10} = 2 \times \overline{xyz}_7$.

Solution de Samuel Mertens

On a,

$$\begin{aligned} (\overline{xyz})_{10} = 2 \cdot (\overline{xyz})_7 \quad &\iff \quad 100x + 10y + z = 2 \cdot (49x + 7y + z) \\ &\iff \quad 98x + 14y + 2z - (100x + 10y + z) = 0 \\ &\iff \quad 4y + z = 2x \end{aligned}$$

avec $x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ et $y, z \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

x	équation	solutions $(y; z)$
1	$4y + z = 2$	$(0; 2)$
2	$4y + z = 4$	$(0; 4), (1; 0)$
3	$4y + z = 6$	$(0; 6), (1; 2)$
4	$4y + z = 8$	$(1; 4), (2; 0)$
5	$4y + z = 10$	$(1; 6), (2; 2)$
6	$4y + z = 12$	$(2; 4), (3; 0)$

Tous les triplets $(x; y; z)$ sont : $(1; 0; 2)$, $(2; 0; 4)$, $(2; 1; 0)$, $(3; 0; 6)$, $(3; 1; 2)$, $(4; 1; 4)$, $(4; 2; 0)$, $(5; 1; 6)$, $(5; 2; 2)$, $(6; 2; 4)$, $(6; 3; 0)$. Il y a donc 11 solutions.

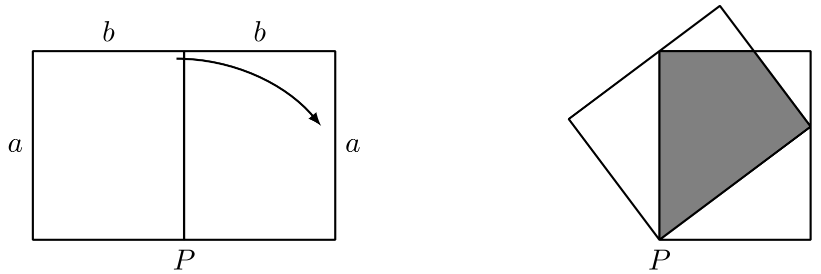
Question 2

Je possède deux cartons rectangulaires identiques de longueur a et de largeur b ($a > b$). Je les place côte à côte, comme sur la figure de gauche ci-dessous. Je fais ensuite tourner le carton de gauche autour de son coin inférieur droit P, jusqu'à ce que son coin supérieur droit atteigne le bord droit du carton de droite, comme sur la figure de droite.

a) Démontrer que le coin supérieur gauche du carton de droite touche alors lui aussi le bord gauche du carton de gauche.

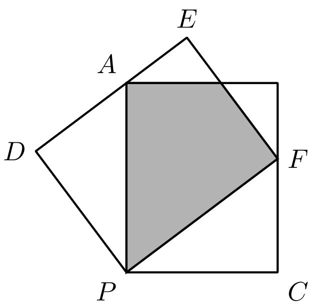
b) Quelle est, en fonction de a et b, l'aire de la surface ombrée, où les deux cartons se superposent ?

c) Si la longueur a et la largeur b des cartons, ainsi que l'aire de la surface ombrée, sont des nombres entiers, quelle est la longueur minimale de ces cartons ?



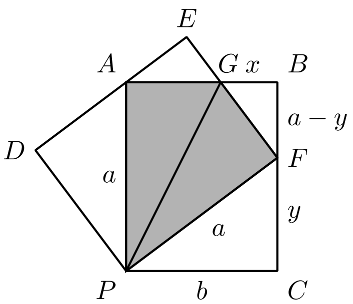
Solution de Louise Bernier, Augustin Wezel et Gabriela Tatu-Caravan

a) On ajoute au schéma les points A, B, C, D, E et F.



$|\widehat{DPA}| = 90° - |\widehat{APF}|$ et $|\widehat{FPC}| = 90° - |\widehat{APF}|$, donc $|\widehat{DPA}| = |\widehat{FPC}|$.
De plus, $|AP| = |PF| (= a)$ et $|DP| = |PC| (= b)$, donc les triangles DAP et PFC sont isométriques.
Puisque $|\widehat{PCF}| = 90°$ dans le triangle PFC, $|\widehat{ADP}| = 90°$ dans le triangle ADF.
Or $|\widehat{EDP}| = 90°$ dans le rectangle $DEFP$, ainsi $A \in DE$.

b) On complète encore le schéma.



$|\widehat{PFC}| = 180° - 90° - |\widehat{GFB}| = 90° - |\widehat{GFB}|$ et $|\widehat{BGF}| = 90° - |\widehat{GFB}|$, donc $|\widehat{PFC}| = |\widehat{BGF}|$ et les triangles PFC et GFB sont semblables.
Posons $|GB| = x$, $|FC| = y$, $|FB| = a - y$ et $|AG| = b - x$.
De $\frac{y}{b} = \frac{x}{a-y}$, on tire $x = \frac{y}{b}(a - y)$.
Ensuite, $b - x = b - \frac{y}{b}(a - y) = \frac{b^2-ay+y^2}{b} = \frac{b^2-ay+a^2-b^2}{b} = \frac{a^2-ay}{b}$.
Les triangles AGP et FGP étant isométriques (triangles rectangles et $|AP| = |PF| = a$), l'aire ombrée est le double de l'aire du triangle AGP, soit $a(b - x) = \frac{a}{b}(a^2 - ay) = \frac{a}{b}\left(a^2 - a\sqrt{a^2 - b^2}\right) = \frac{a^2}{b}\left(a - \sqrt{a^2 - b^2}\right)$.

c) On cherche a et b nombres entiers pour que $\sqrt{a^2 - b^2}$ soit aussi un nombre entier. On teste les triplets pythagoriciens les plus simples et on vérifie que l'aire hachurée $A = \frac{a^2}{b}\left(a - \sqrt{a^2 - b^2}\right)$ est encore un nombre entier.

a	b	c	A	?
5	3	4	$\frac{25}{3}$	non
5	4	3	$\frac{25}{2}$	non
10	6	8	$\frac{100}{3}$	non
10	8	6	50	oui

La longueur minimale de ces cartons est $a = 10$.

Question 3

Trouver toutes les solutions du système

$$\begin{cases} x + y + 1/z = 3 \\ x + 1/y + z = 3 \\ 1/x + y + z = 3, \end{cases}$$

d'inconnue (x, y, z) *avec* x*,* y *et* z *des nombres réels.*

Solution de Joseph Deraemaeker

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{z} = 3 & (1) \\ x + \frac{1}{y} + z = 3 & (2) \\ \frac{1}{x} + y + z = 3 & (3) \end{cases}$$

De (1) et (2) on a : $y + \frac{1}{z} = \frac{1}{y} + z \Leftrightarrow y - \frac{1}{y} = z - \frac{1}{z}$
De (2) et (3) on a : $x + \frac{1}{y} = \frac{1}{x} + y \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y}$
De (1) et (3) on a : $x + \frac{1}{z} = \frac{1}{x} + z \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = z - \frac{1}{z}$

La fonction $f(x) = x - \frac{1}{x} = x + \left(-\frac{1}{x}\right)$ est une somme de fonctions strictement croissantes sur $]-\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$, et est donc strictement croissante sur chacun de ces intervalles. Sur les trois nombres non nuls x, y, z, il en existe au moins deux de même signe (principe des tiroirs), disons x et y sans perte de généralité. Donc :

$$x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y.$$

<u>Cas 1</u> : z est de même signe que x et y.

Alors $f(x) = f(y) = f(z)$ donne $x = y = z$ et notre système d'équations devient :

$$2x + \frac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x \in \{\frac{1}{2}; 1\}$$

ce qui donne les solutions $(1; 1; 1)$ et $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, qui fonctionnent bien après vérification.

<u>Cas 2</u> : z est de signe contraire à celui de x et y.

Il suffit alors de remarquer que

$$f\left(-\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x} + x = f(x) \quad \text{donc} \quad f(x) = f(y) = f(z) \Leftrightarrow x = y = -\frac{1}{z}.$$

(Il n'y a qu'une seule possibilité pour z puisque f est strictement croissante sur $]-\infty;0[$.) Le système d'équations devient alors $x = 3$, ce qui nous donne la dernière solution $\left(3;3;-\frac{1}{3}\right)$ et ses permutations, qui fonctionnent toutes après vérification. Au final,

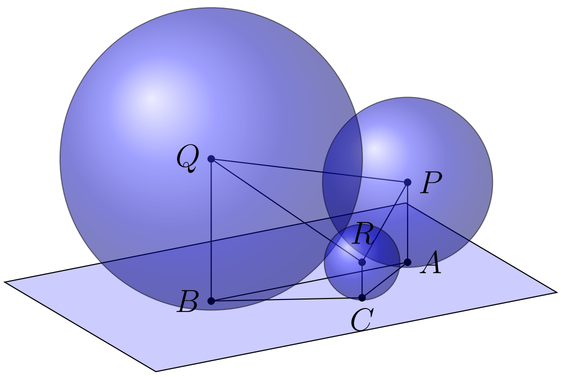
$$S = \left\{\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right);(1;1;1);\left(3;3;-\frac{1}{3}\right);\left(3;-\frac{1}{3};3\right);\left(-\frac{1}{3};3;3\right)\right\}$$

Question 4

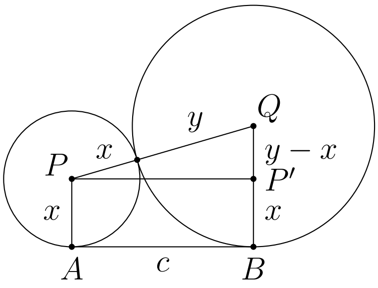
Trois sphères sont tangentes deux à deux et tangentes à un même plan, avec lequel les points de contact sont les sommets d'un triangle de côtés 3*,* 6 *et* 4*. Quels sont les rayons des trois sphères ?*

Solution inspirée de celles de beaucoup de participants

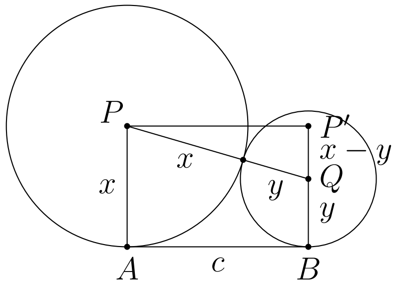
Notons P, Q et R les centres des trois sphères et A, B, C les points de contact, qui sont les projections orthogonales des centres sur le plan, puisque le plan tangent à une sphère est perpendiculaire au rayon joignant le centre au point de contact. Donc $|AB| = c = 6$, $|BC| = a = 3$ et $|CA| = b = 4$. Notons x, y et z (respectivement) les rayons cherchés.



Les droites AP et BQ, toutes deux perpendiculaires au plan, sont parallèles entre elles, de sorte que $ABQP$ est un trapèze rectangle. Projetons orthogonalement P sur BQ, en P' : nous avons alors



ou



selon que x est inférieur ou supérieur à y, ce que nous ne savons pas encore. Mais dans les deux cas, nous disposons d'un triangle rectangle d'hypoténuse $x+y$ et dont les côtés de l'angle droit mesurent c et $|x-y|$. Le théorème de PYTHAGORE nous assure donc que

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + c^2,$$

soit après réduction : $xy = c^2/4$. De la même manière, nous obtenons que $yz = a^2/4$ et $zx = b^2/4$.

Nous n'avons plus qu'à résoudre le système

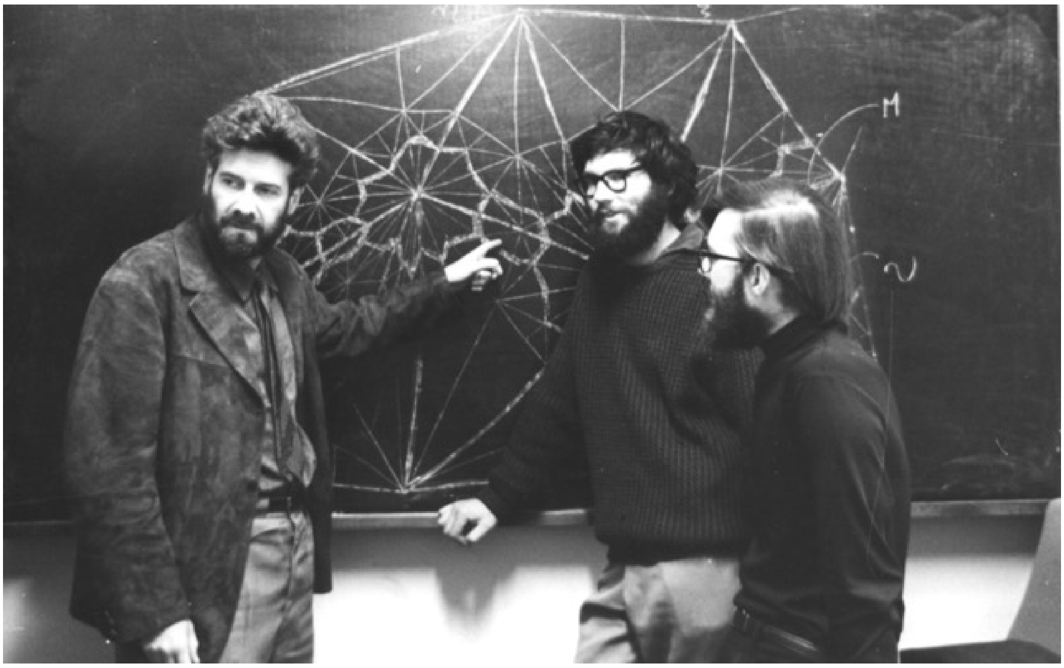
$$\begin{cases} xy = c^2/4 \\ yz = a^2/4 \\ zx = b^2/4. \end{cases}$$

Le produit des trois équations donne $x^2y^2z^2 = a^2b^2c^2/64$, soit $xyz = abc/8$, puisque x, y et z, qui représentent des longueurs, sont positifs. En divisant cette égalité membre à membre par celles du système, nous obtenons les rayons :

$$\begin{cases} x = bc/(2a) = 4 \\ y = ca/(2b) = 9/4 \\ z = ab/(2c) = 1. \end{cases}$$

Vous êtes déçu de ne pas avoir trouvé une solution ?

Le mathématicien Christopher Zeeman (1925-2016)
a passé 7 années à essayer de prouver qu'il n'était pas possible
de défaire un nœud sur une 4-sphère. Puis un jour, il essaya de
prouver le contraire et il y parvint en quelques heures...



Liste des donateurs

Au nom des lauréats, la Commission Olympiade tient à remercier chaleureusement les Ministres, les institutions, les associations ainsi que les sociétés commerciales qu'elle a l'honneur de compter parmi les donateurs de cette 48e édition de l'OMB. L'intérêt et le soutien, sans cesse renouvelés, que ces « sponsors » portent à l'organisation de l'OMB est un gage du sérieux de celle-ci. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre plaisir de récompenser en leurs noms nos finalistes.

La Fédération Wallonie-Bruxelles

Mme Caroline Désir, Ministre de l'Éducation en FWB
Fr. Lydia Klinkenberg, Ministerin für Bildung, Forschung und Erziehung in der Deutschsprachige Gemeinschaft Belgiens

M. Hervé Jamar, Gouverneur de la Province de Liège
M. Tommy Leclercq, Gouverneur de la Province de Hainaut
M. Denis Mathen, Gouverneur de la Province de Namur
Mme Muriel Brodure-Willain, Députée provinciale en charge de l'Enseignement en Province de Liège
Mme Isabelle Evrard, Députée provinciale en charge de l'Enseignement en Province du Brabant Wallon
M. Vincent Fournaux, Député provincial en charge de l'Enseignement en Province de Namur
Mme Geneviève Lazaron, Députée provinciale en Province de Namur

Mme Annemie Schaus, Rectrice de l'ULB
Mme Anne-Sophie Nyssen, Rectrice de l'ULiège
M. Vincent Blondel, Recteur de l'UCLouvain
M. Philippe Dubois, Recteur de l'UMons
Mme Annick Castiaux, Rectrice de l'UNamur

M. Éric Delhez, Doyen de la faculté des sciences appliquées de l'ULiège
M. Michel Voué, Doyen de la faculté des sciences de l'UMons
M. Dimitri Leemans, Président de l'Unité de Recherche en Mathématiques de l'ULB
M. Michel Rigo, Président du Département de Mathématique de l'ULiège
M. Jean Van Schaftingen, Président de l'École Mathématique de l'UCLouvain
M. Timoteo Carletti, Directeur du Département de Mathématiques de l'UNamur

M. Yvik Swan, Président de la Société Mathématique de Belgique

Les Éditions du Kangourou à Paris
Les Éditions Pôle et Tangente à Combon
Les firmes Casio et Texas Instruments

L'Euro Space Center de Transinne
L'Archéosite et Musée d'Aubechies de Belœil
Le musée du Malgré-tout à Treignes
Le domaine du château de Seneffe
Le Bastogne War Museum
Le Château de Lavaux-Saint-Anne

Et tout particulièrement,

La Belgian Mathematical Society
La Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Rendez-vous en 2024 pour la 49e olympiade ?

Sous réserve de modification, voici les dates de la 49e édition de l'Olympiade en 2024 :

Éliminatoire : mercredi 17 janvier 2024

Demi-finale : mercredi 21 février 2024

Finale : mercredi 17 ou 24 avril 2024

Proclamation : samedi 18 mai 2024

Nous vous donnons d'ores et déjà rendez-vous !

ASBL
SBPM
e.f.

Avec le soutien de la
Fédération Wallonie - Bruxelles

FÉDÉRATION
WALLONIE-BRUXELLES

CASIO®

félicite et encourage

tous les participants de cette

48e Olympiade Mathématique Belge.

Éditeur responsable : Michel Sebille / 156 rue Osseghem / 1080 Molenbeek-Saint-Jean