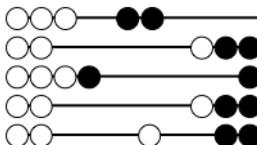




**OLYMPIADE
MATHÉMATIQUE BELGE**



Olympiade Mathématique Belge

Organisée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Maxi demi-finale — Exemple de questionnaire à 15 questions

INSTRUCTIONS

Attention :

Ceci n'est pas un vrai questionnaire, mais un exemple destiné à illustrer la nouvelle formule à 15 questions de la demi-finale en catégorie Maxi.

Il peut être utilisé à des fins d'entraînement.

*Seule la demi-finale Maxi est modifiée en 2026.
(les catégories Mini et Midi restent inchangées.)*

1. N'ouvrez pas ce livret avant le signal de votre professeur.
2. Vous indiquerez vos réponses au verso de cette page.
3. Ce questionnaire contient 15 questions, qui sont toutes sans réponses préformulées.
4. La réponse correcte est toujours un nombre entier dans $[0; 999]$. C'est ce nombre que vous écrirez dans la case rectangulaire de la feuille réponse (au verso).
5. Certaines questions requièrent de combiner des éléments dans un calcul, par exemple s'il faut déterminer la longueur L et la largeur l d'un rectangle, la réponse demandée sera peut-être le résultat du calcul $L+l$.
6. **RÈGLES DE COTATION :** Les 5 premières questions valent 4 points chacune, les 5 questions suivantes valent 7 points chacune et les 5 dernières questions valent 9 points chacune. Il n'y a aucun point attribué en cas d'abstention.
7. Reportez les réponses au fur et à mesure que vous les obtenez. Écrivez au crayon (si vous changez d'avis, gommez la réponse). Du papier de brouillon, du papier millimétré, une règle, un compas, une gomme peuvent être utilisés. Les calculatrices et règles à calcul ne sont pas autorisées, de même que les livres et les notes personnelles.
8. Au signal de votre professeur, détachez la feuille de couverture sans déchirer le questionnaire, retournez-la, couvrez-en les questions, puis inscrivez les informations demandées.
9. Quand votre professeur vous l'indiquera, commencez le travail sur les problèmes. Vous disposez de 90 minutes.

À REMPLIR PAR L'ÉLÈVE (en majuscules)

Nom :

Prénom :

Classe :

École

Nom (sans abréviations) :

Adresse privée

Rue et n° :

Code postal et localité :

CADRE RÉSERVÉ AU PROFESSEUR

Les 5 premières questions valent 4 points chacune, les 5 questions suivantes valent 7 points chacune et les 5 dernières questions valent 9 points chacune. Il n'y a aucun point attribué en cas d'abstention.

Questions 4 points : $\times 4 =$

Questions 7 points : $\times 7 =$

Questions 9 points : $\times 9 =$

Score total :

1 4 pts2 4 pts3 4 pts4 4 pts5 4 pts6 7 pts7 7 pts8 7 pts9 7 pts10 7 pts11 9 pts12 9 pts13 9 pts14 9 pts15 9 pts

1. [4 points]

Dans l'équation $1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1+x}} = \frac{32}{11}$, quelle est la valeur de x ?

2. [4 points]

Quel est le plus grand nombre naturel qui ne puisse s'écrire sous la forme $7a + 5b$, où a et b sont des nombres naturels?

3. [4 points]

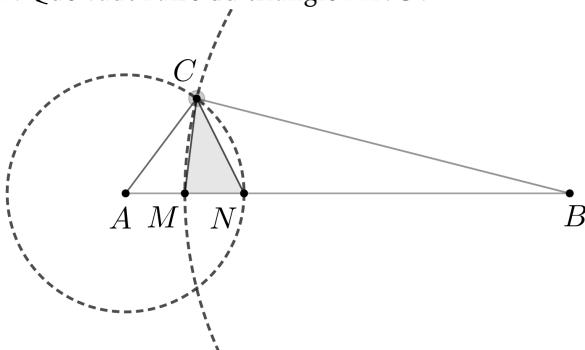
Les trois nombres réels positifs x , y et z sont tels que $x^2 + xy + xz = 684$, $y^2 + yx + yz = 494$ et $z^2 + zx + zy = 266$. Que vaut $x + y + z$?

4. [4 points]

Quel est le plus grand nombre naturel n tel que $N = n^2 - 40n + 399$ est un nombre premier?

5. [4 points]

Dans le triangle ABC ci-dessous, $|AB| = 75$, $|BC| = 65$ et $|AC| = 20$. Le cercle de centre A passant par C coupe la base $[AB]$ en un point N tandis que le cercle de centre B passant par C coupe la base $[AB]$ en un point M . Que vaut l'aire du triangle MNC ?



6. [7 points]

Si $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$, quel est l'exposant d le plus grand tel que 2^d divise $500!?$?

7. [7 points]

Le produit de tous les diviseurs de 864 vaut $2^m \cdot 3^n$. Que vaut $m+n$?

8. [7 points]

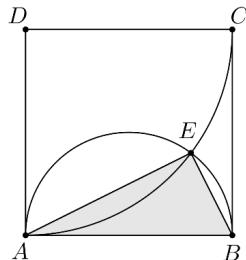
Dans une finale d'une course de 100 m, il y a huit finalistes dont trois sont des Jamaïcains. Sur un podium, il y a une première place, une seconde place et un troisième place. Combien y a-t-il de podiums possibles différents comportant exactement un Jamaïcain ?

9. [7 points]

À chaque entier naturel n , on associe la somme de ses chiffres, notée $s(n)$, et le produit de ses chiffres, noté $p(n)$. Par exemple, $s(34) = 3 + 4 = 7$ et $p(34) = 3 \cdot 4 = 12$. Quelle est la somme de tous les nombres entiers naturels de deux chiffres qui vérifient $n = s(n) + p(n)$?

10. [7 points]

Le carré $ABCD$ ci-contre est de côté 30. Le cercle de diamètre $[AB]$ coupe le cercle de centre D passant par A aux deux points A et E . Que vaut l'aire du triangle ABE ?



11. [9 points]

Les quatre racines (non nécessairement distinctes) du polynôme $P(x) = x^4 - 12x^3 + ax^2 + bx + 40$ sont des entiers strictement positifs. Que vaut a ?

12. [9 points]

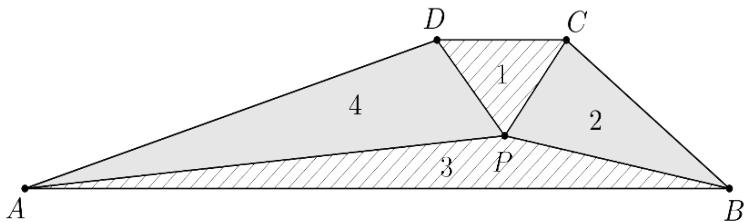
Victor cherche le code à trois chiffres (de 0 à 9) pour ouvrir sa valise. Il sait seulement que le produit des trois chiffres est strictement inférieur à 10. Combien de codes devra-t-il essayer au maximum ?

13. [9 points]

Les quatre nombres entiers strictement positifs a, b, c, d sont tels que $ab + a + b = 299$, $bc + b + c = 125$ et $cd + c + d = 209$. Quelle est la somme de toutes les valeurs possibles pour $a + b + c + d$?

14. [9 points]

Sur la figure imprécise ci-dessous, le point P est à l'intérieur du trapèze $ABCD$, avec $|AB| > |CD|$, et tel que l'aire du triangle ABP vaut 3, celle du triangle BCP vaut 2, celle du triangle CDP vaut 1 et celle du triangle DAP vaut 4. Le rapport $\frac{AB}{CD}$ vaut $m + \sqrt{n}$ où m et n sont deux entiers naturels strictement positifs. Que vaut $m + n$?



15. [9 points]

Une partition d'un nombre entier positif est une décomposition de cet entier en une somme d'entiers strictement positifs appelés sommants. À chaque partition de 14, on associe le produit de ses sommants. Par exemple à la partition $14 = 1+3+5+5$, on associe le produit $1\cdot 3\cdot 5\cdot 5 = 75$. Quelle est la plus grande valeur pour le produit qu'on peut obtenir ?

OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

Maxi demi-finale questionnaire exemple

Grille des réponses

Voici les réponses du questionnaire exemple (élèves de 5^e et 6^e).

Entourez sur la feuille de l'élève l'indication « 4 pts », « 7 pts » ou « 9 pts » pour une réponse correcte et barrez cette indication d'une croix \times pour une réponse fausse. Il n'y a pas de points pour une abstention dans cette version du questionnaire.

Calculer le score de l'élève en utilisant les points indiqués.

- | | |
|----|-----|
| 1 | 41 |
| 2 | 23 |
| 3 | 38 |
| 4 | 22 |
| 5 | 80 |
| 6 | 494 |
| 7 | 96 |
| 8 | 180 |
| 9 | 531 |
| 10 | 180 |
| 11 | 49 |
| 12 | 315 |
| 13 | 229 |
| 14 | 9 |
| 15 | 162 |